

进位计数制

进位计数制也称数制，就是人们利用数字符号按进位原则进行数据大小计算的方法。

人们在日常生活中是以十进制来表达数值并进行计算的。

计算机是以二进制来表达数值并进行计算的。

另外还有八进制和十六进制等。

在数制中，有三个基本概念：**数码、基数和位权**

1、数码：指一个数制中表示基本数值大小不同的数字符号。例如，在十进制中有十个数码：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9；在二进制中有两个数码：0，1。

2、基数：指一个数值所使用数码的个数。例如，十进制的基数为10，二进制的基数为2。

3、位权：指一个数值中某一位上的1所示数值的大小。例如，十进制的123，1的位权是 $10^2=100$ ，2是位权 $10^1=10$ ，3的位权是 $10^0=1$ 。

数制

二进制**B**

八进制**O**

十六进制**H**

十进制**D**

非十进制

十进制的特点

- (1) 有十个数码：0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- (2) 基数为10
- (3) 逢十进一（加法运算），借一当十（减法运算）
- (4) 按权展开式。

二进制的特点

- (1) 有两个数码：0, 1
- (2) 基数为2
- (3) 逢二进一（加法运算），借一当二（减法运算）
- (4) 按权展开式。

八进制的特点

有八个数码：0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

十六进制的特点

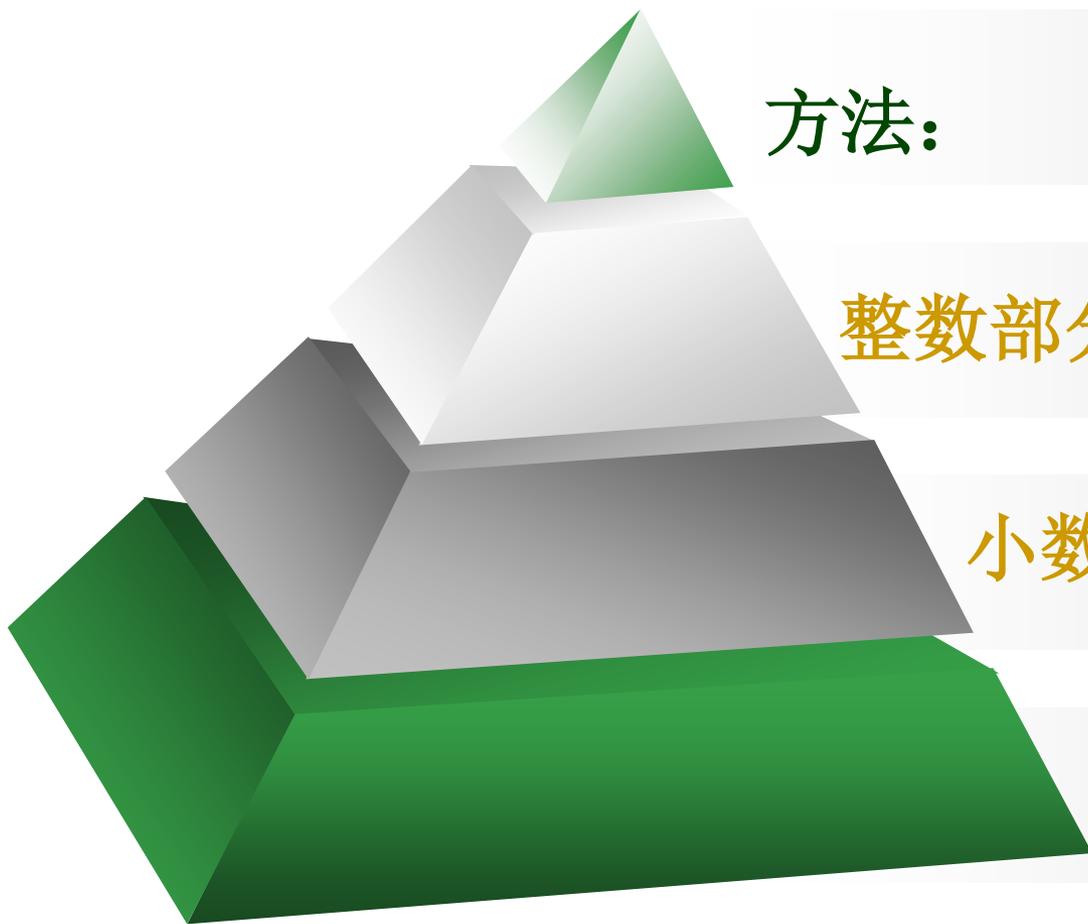
有十六个数码：0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

1、十进制转非十进制

二进制

八进制

十六进制



方法:

整数部分除基取余

小数部分乘基取整

1) 十进制整数转换成二进制整数

说明：通常采用“除2取余法，商为零止，倒排列”

例：将 $(57)_{10}$ 转换成二进制数

2	57.....1	余数 (低位) ↑ $(57)_{10}=(111001)_2$ (高位)
2	28.....0	
2	14.....0	
2	7.....1	
2	3.....1	
2	1.....1	
0		

2) 十进制小数转换成二进制小数

说明：采用“乘以2顺向取整法”。即把给定的十进制小数不断乘以2，取乘积的整数部分作为二进制小数的最高位，然后把乘积小数部分再乘以2，取乘积的整数部分，得到二进制小数的第二位，如此不断重复，得到二进制小数的其他位。

例：将 $(0.875)_{10}$ 转换成二进制小数：

$$0.875 \times 2 = 1.75 \quad \text{整数部分} = 1 \quad (\text{高位})$$

$$0.75 \times 2 = 1.5 \quad \text{整数部分} = 1$$

$$0.5 \times 2 = 1 \quad \text{整数部分} = 1 \quad (\text{低位})$$

$$\text{所以, } (0.875)_{10} = (0.111)_2$$

说明：对一个既有整数又有小数部分的十进制数，只要分别把整数部分和小数部分转换成二进制，然后用小数点连接起来即可。

练习：将 $(215.25)_{10}$ 转换成二进制数

$$\text{答案： } (215)_{10} = (11010111)_2$$

$$(0.25)_{10} = (0.01)_2$$

$$\text{所以， } (215.25)_{10} = (11010111.01)_2$$

2、非十进制转十进制

方法：乘权求和

二进制

八进制

十六进制

二进制数转换成十进制数

$$\begin{aligned}\text{例: } & (1101.01)_2 \\ & = (1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2})_{10} \\ & = (13.25)_{10}\end{aligned}$$

这里，“2”是基数，“ 2^i ” ($i=3, 2, 1, 0, -1, -2$) 为位权

练习：将二进制数10110.11转换成十进制数

答案：

$$\begin{aligned} & (10110.11)_2 \\ &= (1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2})_{10} \\ &= (22.75)_{10} \end{aligned}$$

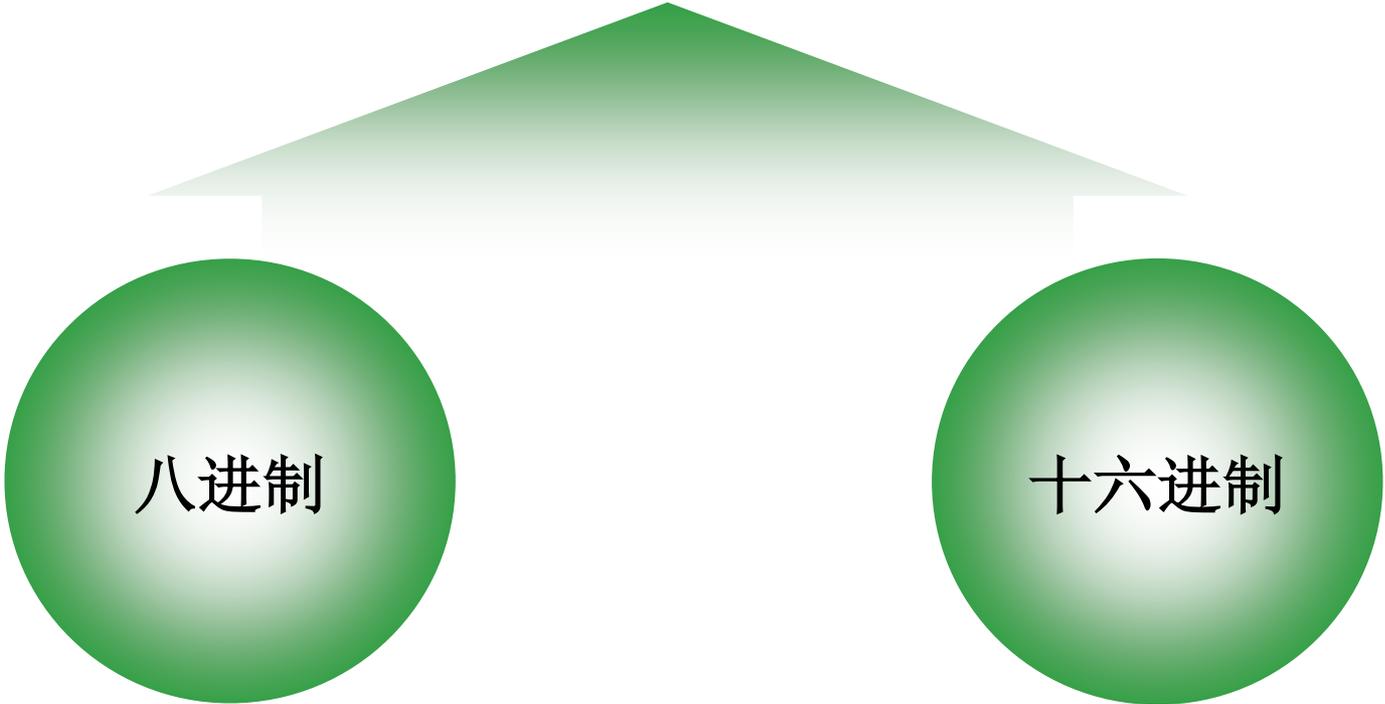
常用数制对照表

十进制	二进制	八进制	十六进制	十进制	二进制	八进制	十六进制
0				9			
1				10			
2				11			
3				12			
4				13			
5				14			
6				15			
7				16			
8				17			

常用数制对照表

十进制	二进制	八进制	十六进制	十进制	二进制	八进制	十六进制
0	0	0	0	9	1001	11	9
1	1	1	1	10	1010	12	A
2	010	2	2	11	1011	13	B
3	011	3	3	12	1100	14	C
4	100	4	4	13	1101	15	D
5	101	5	5	14	1110	16	E
6	110	6	6	15	1111	17	F
7	111	7	7	16	10000	20	10
8	1000	10	8	17	10001	21	11

3、二进制转八、十六进制



八进制

十六进制

1) 八进制数转换成二进制数

方法：由于八进制的一位相当于二进制的三位，所以只需把每一个八进制数字改写成等值的三位二进制数，并保持高低位的次序不变即可。

例：将 $(0.754)_8$ 转换成二进制数：

$$\begin{aligned} & (0.754)_8 \\ &= (\underline{000}.\underline{111} \underline{101} \underline{100})_2 \\ &= (0.1111011)_2 \end{aligned}$$

2) 十六进制数转换成二进制数

方法：由于十六进制的一位相当于二进制的四位，只需把每一个十六进制数字改写成等值的四位二进制数，并保持高低位的次序不变即可。

例：将 $(4C.2E)_{16}$ 转换成二进制数：

$$\begin{aligned} & (4C.2E)_{16} \\ &= (\underline{0100} \ \underline{1100} . \underline{0010} \ \underline{1110})_2 \\ &= (1001100.0010111)_2 \end{aligned}$$

3) 二进制数转换成八进制数

方法：将整数部分从低位向高位每三位用一个等值的八进制数来替换，最后不足三位时在高位补0凑满三位；小数部分从高位向低位每三位用一个等值的八进制数来替换，最后不足三位时在低位补0凑满三位。

$$\text{例：} (11101.01)_2 = (\underline{011} \ \underline{101}. \ \underline{010})_2 = (35.2)_8$$

4) 二进制数转换成十六进制数

方法：将整数部分从低位向高位每四位用一个等值的十六进制数来替换，最后不足四位时在高位补0凑满四位；小数部分从高位向低位每四位用一个等值的十六进制数来替换，最后不足四位时在低位补0凑满四位。

$$\begin{aligned} \text{例：} (11101.01)_2 &= (\underline{0001} \ \underline{1101}. \ \underline{0100})_2 \\ &= (1D.4)_{16} \end{aligned}$$

(2) 分步计数原理 (乘法原理) :

做一件事情, 完成它需要分成 n 个步骤, 做第一步有 m_1 种不同的方法, 做第二步有 m_2 种不同的方法, …… , 做第 n 步有 m_n 种不同的方法, 那么完成这件事有 $N = m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ 种不同的方法。

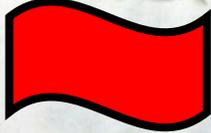
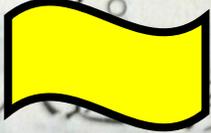
P2 第5题, 红、黄、蓝三种颜色3面小旗有多少种排列

5. 在海上, 早期没有无线电通信设备, 人们通常使用由红、黄、蓝 3 种颜色的 3 面彩色小旗的排列来表达某种信息。这种方式最多能表示的信息条数是 (27)。

$A \quad m_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = 1$
 $B. 27$ 条
 $C. 64$ 条
 $D. 8$ 条

3种颜色若干同时挂3面旗
 3 × 2 × 1 = 6
 本起放下

6. 下列 4 种不同数制表示的数中, 数值最大的是 ()。

 A.  数 22 
 B. 十进制数 789
 C. 二进制数 1101101
 D. 八进制数 276

$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!}$

3. 排列数公式：
$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1) = \frac{A_n^n}{A_{n-m}^{n-m}} = \frac{n!}{(n-m)!}$$

4. 全排列： n 个不同元素全部取出的排列。

5. 阶乘：从自然数 1 到 n 的连乘积，记为 $A_n^n = n!$ ，规定： $0! = 1$

某部队武器保管员发1千发子弹分放在10个盒子里，一旦需要，只需告诉他1000以内所需子弹个数，他都可以拿出若干盒子，凑出所需的子弹数，而不必打开盒子去为数字子弹，试问，十个盒子里各放多少发子弹？

是用1、2、4、8、16、32、64、128、256这九个十进制数中的数相加，可以得到1到511中的任何一个十进制的数。所以保管员在九个盒子中分别装入1、2、4、8、.....、256发子弹共511发，剩下的489发装在第十个盒子里。如果需要的子弹数小于或等于511发，那么就可以由前九个盒子中挑选出若干盒子来满足。如果需要的子弹数大于511发，那么可先取第十盒中的489发子弹，其余的由前九盒中的若干盒来满足。